

### I. Calcul littéral

1) On considère l'expression  $P = (x+1)^2 - x^2$ . Développer puis réduire l'expression P.

Quel nombre  $x$  doit-on choisir pour que  $P = 15$ ?

$P = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$ . Pour que  $P=15$  il faut que  $2x + 1 = 15$  c'est-à-dire  $2x = 15 - 1 = 14$ , et donc  $x = 14 \div 2 = 7$ . On doit choisir 7 pour que P soit égal à 15.

2) Choisir un nombre. Calculer le carré de ce nombre. Multiplier par 10. Ajouter 25.

Clémence affirme que si l'on exécute ce programme avec un nombre pair, on trouve toujours un nombre pair.

Margot affirme que le résultat est toujours positif quel que soit le nombre pris au départ.

Clémence et/ou Margot ont-elles raison? Justifier.

Si on note  $x$  le nombre de départ, alors on obtient à l'arrivée  $x^2 \times 10 + 25$ .

Si le nombre  $x$  est pair alors  $x$  s'écrit  $2 \times x'$  où  $x'$  est un entier. Dans ce cas, on obtient à l'arrivée le nombre  $(2 \times x')^2 \times 10 + 25$  qui s'écrit aussi  $4 \times x'^2 \times 10 + 25 = 2 \times (x'^2 \times 20 + 12) + 1$  qui est un nombre impair, donc Clémence a tort.

Si le nombre  $x$  est positif alors  $x \geq 0$ . A l'arrivée le nombre  $x^2 \times 10 + 25$  est un nombre supérieur à 25 donc positif car  $x^2 \geq 0$  pour tout nombre  $x$  et donc  $x^2 \times 10 \geq 0 \times 10$  soit  $x^2 \times 10 \geq 0$  et  $x^2 \times 10 + 25 \geq 0 + 25$ , donc Margot a raison.

3) Cocher la bonne réponse : La forme factorisée de  $(3x - 5)^2 + (2x - 1)(3x - 5)$  est :

$(3x - 5)(5x - 6)$       $(2x - 1)(6x - 4)$       $15x^2 - 43x + 30$

La forme développée de  $(5x + 2)^2$  est :

$25x^2 + 4$       $5x^2 + 20x + 4$       $25x^2 + 20x + 4$

### II. Equations-produit nul

1)  $D = (12x + 3)(2x - 7) - (2x - 7)^2$ . Développer et réduire D. Factoriser D.

Calculer D pour  $x = 2$ , puis pour  $x = -1$ . Résoudre l'équation  $(x + 1)(2x - 7) = 0$ .

Développons  $D = (12x + 3)(2x - 7) - (2x - 7)^2 = 24x^2 - 84x + 6x - 21 - (4x^2 - 28x + 49) =$   
 $= 24x^2 - 78x - 21 - 4x^2 + 28x - 49 = 20x^2 - 50x - 70$

Factorisons  $D = (12x + 3)(2x - 7) - (2x - 7)^2 = (2x - 7)(12x + 3 - (2x - 7)) = (2x - 7)(12x + 3 - 2x + 7) =$   
 $= (2x - 7)(10x + 10) = 10(2x - 7)(x + 1)$

Pour  $x=2$ ,  $D = 10(2 \times 2 - 7)(2 + 1) = 10 \times (-3) \times 3 = -90$

Pour  $x=-1$ ,  $D = 10(2 \times (-1) - 7)(-1 + 1) = 10 \times (-9) \times 0 = 0$

L'équation  $(x + 1)(2x - 7) = 0$  revient à  $x + 1 = 0$  ou  $2x - 7 = 0$ , ce qui donne  $x = -1$  ou  $x = \frac{7}{2} = 3,5$ . Il y a donc 2 solutions à l'équation :  $-1$  et  $3,5$ .

2)  $E = 9x^2 - 25 + (3x - 5)(2x + 15)$ . Factoriser  $9x^2 - 25$ . En déduire une factorisation de E.

Résoudre l'équation  $(3x - 5)(5x + 20) = 0$ .

Factorisons  $9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$

On en déduit que

$E = (3x - 5)(3x + 5) + (3x - 5)(2x + 15) = (3x - 5)(3x + 5 + 2x + 15) = (3x - 5)(5x + 20) = 5(3x - 5)(x + 4)$

L'équation  $(3x - 5)(5x + 20) = 0$  revient à  $3x - 5 = 0$  ou  $5x + 20 = 0$ , ce qui donne  $x = \frac{5}{3}$  ou  $x = \frac{-20}{5} = -4$ . Il

y a donc 2 solutions à l'équation :  $-4$  et  $\frac{5}{3}$ .

### III. Pourcentages, proportionnalité

1) En 2004, une entreprise a augmenté ses ventes de 30%. En 2005, les ventes ont encore augmenté, cette fois-ci de 20%. Calculer l'augmentation globale en pourcentage des ventes sur ces deux années.

Le coefficient d'augmentation en 2004 est  $1 + \frac{30}{100} = 1,3$ . Le coefficient d'augmentation en 2005 est  $1 + \frac{20}{100} = 1,2$ . Le coefficient d'augmentation global sur les 2 années est  $1,3 \times 1,2 = 1,56$ . On en déduit que le taux d'augmentation global est 56% car  $(1,56 - 1) \times 100 = 56$ .

2) On réalise une maquette à l'échelle 1/200 d'une pièce mesurant 12 m sur 4 m. Rappeler ce que signifie "échelle 1/200". Quelle sera sur la maquette, la longueur du mur de 12 m?

La surface réelle de la pièce est de 48 m<sup>2</sup>. Quelle est la surface du sol de la pièce dans la maquette (en cm<sup>2</sup>)?

Le volume de la pièce dans la maquette est 13,125 cm<sup>3</sup>. Quel est le volume réel de la pièce (en m<sup>3</sup>)?

Une "échelle 1/200" signifie que 1 cm sur la maquette représente 200 cm en réalité.

La longueur du mur (12 m) aura, sur la maquette une longueur de  $12 \times (1/200) = 12 \div 200 = 0,06$  m soit 6 cm.

Si l'aire de la pièce est 48 m<sup>2</sup>, sur la maquette elle sera de  $48 \times (1/200)^2 = 48 \div 200^2 = 0,0012$  m<sup>2</sup>, soit 12 cm<sup>2</sup>.

Le volume de la pièce sur la maquette (13,125 cm<sup>3</sup>) doit être multiplié par le coefficient 200<sup>3</sup>. Le volume réel de la pièce est donc  $13,125 \times 200^3 = 105\,000\,000$  cm<sup>3</sup> = 105 m<sup>3</sup>.

#### IV. Statistiques

Voici les notes au dernier devoir de maths en 3<sup>ème</sup>7 :

notes	5	6	8	9	11	12	13	15	18	19
effectifs	1	2	6	2	1	4	2	3	1	1

Quel est l'effectif total de la 3<sup>ème</sup>7? Quelle est la moyenne à ce devoir (arrondir au dixième de point)?

Quel est le pourcentage de l'effectif total arrondi à l'unité, des élèves ayant obtenu moins de 9?

Quelle est la médiane de cette série? Que représente cette valeur?

L'effectif total de la 3<sup>ème</sup>7 est  $1+2+6+2+1+4+2+3+1+1=23$ .

La moyenne de ces notes est 10,9 :  $\frac{5 + 6 \times 2 + 8 \times 6 + 9 \times 2 + 11 + 12 \times 4 + 13 \times 2 + 15 \times 3 + 18 + 19}{23} = \frac{250}{23} \approx 10,9$

Il y a eu  $1+2+6=9$  notes inférieures à 9, cela représente  $9/23$ , soit environ 39% des notes.

La médiane de cette série de 23 notes est la 12<sup>ème</sup> note, c'est donc 11 la médiane (car 11 est la 12<sup>ème</sup> note).

Il y a autant de notes inférieures à 11 que de notes supérieures à 11.