Sujet du Brevet des Collèges de juin 2011- CORRECTION -

Activités numériques –Exercice 1

1. a) La fréquence d'apparition de la couleur jaune est 20/100, soit 0,2.

   b) La fréquence d'apparition de la couleur noire est 30/100, soit 0,3.

2. a) La probabilité d'obtenir la couleur jaune est 1/6 (1 face sur 6), soit environ 0,17.

   b) La probabilité d'obtenir la couleur noire est 2/6 (2 faces sur 6), soit environ 0,33.

3. Les fréquences obtenues à la question 1 sont différentes des probabilités de la question 2 car les fréquences ne sont que des valeurs expérimentales. Celles-ci doivent se rapprocher des valeurs théoriques que sont les probabilités lorsque le nombre de tirages augmente.

Activités numériques –Exercice 2

Le bijou n°1 est formé de 4 triangles en verre et 4 en métal. Si on note x le prix d'un triangle en verre et y le prix d'un triangle en métal, alors cette condition s'écrit : $4x + 4y = 11$.

Le bijou n°2 est formé de 6 triangles en verre et 2 en métal. Avec les mêmes notations, on obtient : $6x + 2y = 9{,}1$.

Pour trouver la valeur de x et y, résolvons le système $\begin{cases} 4x & + & 4y & = & 11 \\ 6x & + & 2y & = & 9{,}1 \end{cases}$ par la méthode des combinaisons. En divisant la 1ère ligne par 2, cela devient $\begin{cases} 2x & + & 2y & = & 5{,}5 \\ 6x & + & 2y & = & 9{,}1 \end{cases}$. Soustrayons maintenant la 1ère ligne à la 2ème : $4x = 9{,}1 - 5{,}5 = 3{,}6$. On obtient $x = 3{,}6 \div 4 = 0{,}9$. Remplaçons x par sa valeur dans la 1ère ligne : $2\times 0{,}9 + 2y = 5{,}5$. Cela conduit à $2y = 5{,}5 - 1{,}8 = 3{,}7$. D'où $y = 3{,}7 \div 2 = 1{,}85$.

Le prix d'un triangle en verre est 0,9 € et le prix d'un triangle en métal est 1,85 €.

Le bijou n°3 est formé de 5 triangles en verre et 3 en métal.

Son prix de revient est égal à $5\times 0{,}9 + 3\times 1{,}85 = 10{,}05$ €.

Activités numériques –Exercice 3

Affirmation 1 : elle est fausse car $(2a + 3)^2 = (2a)^2 + 2\times 2a + 3^2 = 4a^2 + 4a + 9 \neq 4a^2 + 9$

NB : Il s'agit d'une erreur courante : $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$

Affirmation 2 : elle est fausse car augmenter de 20% revient à multiplier par 1,2 ($1+\frac{20}{100}=1{,}2$). De même, diminuer de 20% revient à multiplier par 0,8 ($1-\frac{20}{100}=0{,}8$). Finalement, après avoir augmenté de 20% puis diminué de 20%, on a multiplié par 0,96 ($1{,}2\times 0{,}8=0{,}96$), ce qui correspond à une diminution de 4%, et non par 1, ce qu'il arriverait si on redonnait au prix sa valeur initiale.

NB : Il s'agit d'une erreur courante qui est due au fait que les 20% ne s'appliquent pas aux mêmes quantités : la 1ère fois il s'applique au prix initial, la 2de au prix augmenté de 20%.

Égalité 1 : elle est vraie car $\sqrt{(32)}=\sqrt{(16\times 2)}=\sqrt{(16)}\times\sqrt{(2)}=4\sqrt{(2)}$ et donc $\frac{\sqrt{(32)}}{2}=\frac{4\sqrt{(2)}}{2}=2\sqrt{(2)}$

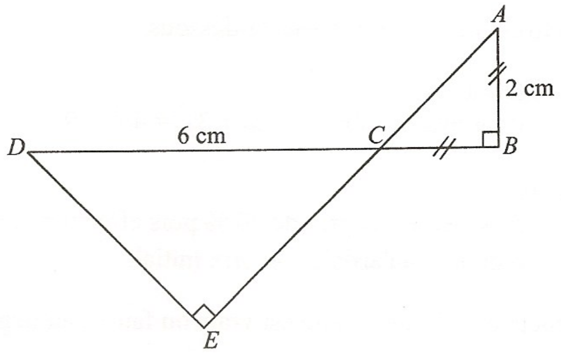
Égalité 2 : elle est fausse car $10^5 + 10^{-5} = 100\,000 + 0{,}000\,01 = 100\,000{,}000\,01$ alors que $10^0 = 1$

NB : Il s'agit d'une erreur courante où l'on confond l'addition des puissances et leur multiplication. L'égalité qui est vraie est $10^5 \times 10^{-5} = 10^{5-5} = 10^0$, mais ce n'est pas l'égalité proposée.

Activités géométriques – Exercice 1

Exercice 1

Le dessin ci-contre représente une figure géométrique dans laquelle on sait que :



- ABC est un triangle rectangle en B.
- CED est un triangle rectangle en E.
- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points D, C et B sont alignés.
- $AB = CB = 2$ cm.
- $CD = 6$ cm.

Le dessin n'est pas en vraie grandeur.

1. Représenter sur la copie la figure en vraie grandeur.

2. **a)** Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$?

b) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DCE}$.

3. Calculer une valeur approchée de DE à 0,1 cm près.

4. Où se situe le centre du cercle circonscrit au triangle DCE ? Tracer ce cercle, que l'on notera $\mathscr{C}$, puis tracer $\mathscr{C}'$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

5. Les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en deux points : le point C et un autre point noté M. Les points D, A et M sont-ils alignés ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

1. La figure en vraie grandeur ci-contre.

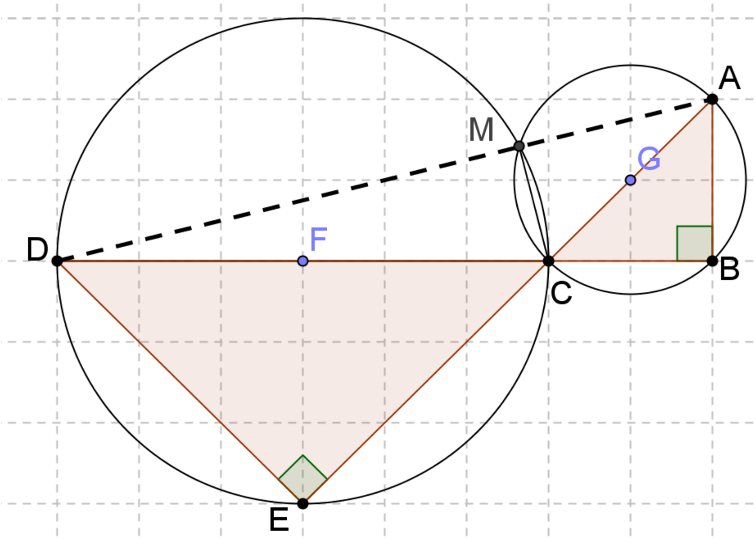
2. a) L'angle $\widehat{ACB}$ vaut 45°. En effet, le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en B. Les deux angles égaux (car isocèle) sont complémentaires (car rectangle). Ils valent donc $90 \div 2 = 45°$.

b) $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCE}$ sont des angles opposés par le sommet. Ils sont donc égaux. $\widehat{DCE}=45°$.

3. $\sin(\widehat{DCE})=\frac{DE}{DC}$, d'où $DE=DC\times\sin(\widehat{DCE})=6\sin 45\approx 4{,}2$

DE mesure environ 4,2 cm.

4. Le cercle circonscrit au triangle DCE a son centre au milieu de [DC] (car il s'agit d'un triangle rectangle). Les deux cercles circonscrits ont été tracés sur la figure.

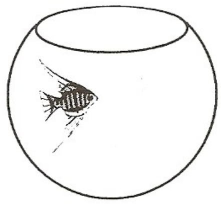


5. Les deux cercles se coupent en C et M. Comme M est sur le cercle de diamètre [DM] l'angle $\widehat{DMC}$ est droit. De même, comme M est sur le cercle de diamètre [AC] l'angle $\widehat{CMA}$ est droit. Finalement, l'angle $\widehat{DMA}$, qui peut être décomposé en

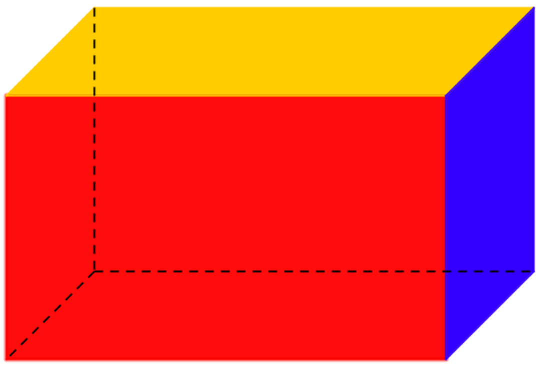
deux angles droits adjacents, est un angle plat (car 90° + 90° = 180°) et donc, les points D, M et A sont alignés.

Activités géométriques – Exercice 2

1. Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.
2. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.
   a) Calculer le volume, en cm^3, de ce pavé droit.
   b) On rappelle qu'un litre correspond à 1000 cm^3. Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ?
   Aucune justification n'est demandée.
3. Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en cm^3, d'une boule de diamètre 30 cm :
   $$\frac{4}{3}\times\pi\times 30^3 \qquad 4\pi\times 15^2 \qquad \frac{4}{3}\times\pi\times 15^3$$
4. Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm.
   On verse son contenu dans le premier aquarium. A quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? *Donner une valeur approchée au millimètre.*



1. Un pavé droit en perspective cavalière :



2. L'aquarium a un volume de 40×20×30 = 24 000 cm^3, soit 24 L.

3. Le volume d'une boule de 30 cm de diamètre (15 cm de rayon) est donné par la formule :
$$\frac{4}{3}\times\pi\times 15^3$$

4. Le volume d'eau contenu dans le second aquarium étant les ¾ de ce volume, sera égal à
$\pi\times 15^3 = 3375\pi$ cm^3.

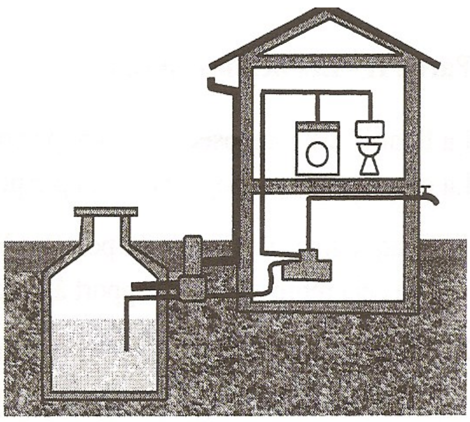
Versée dans le 1er aquarium, cette eau montera d'une hauteur *h* telle que : 40×20×*h* = 3375π. Cela conduit à *h* = 3375π ÷ 800 = 4,21875π.

Au millimètre près *h* vaut 13,3 cm.

PROBLEME (12 points)

Partie I

Une famille envisage d'installer une citerne de récupération d'eau de pluie. Pour pouvoir choisir une installation efficace, la famille commence par déterminer sa capacité à récupérer de l'eau de pluie. Elle estime ensuite ses besoins en eau avant de choisir une citerne.



1. a) C'est en 1999 qu'il y a eu le plus de précipitations.

b) En 2009 il est tombé 867 L/m², donc 5×867 = 4335 L sur 5 m².

1. Dans cette partie il s'agit de calculer le volume d'eau de pluie que cette famille peut espérer recueillir chaque année. Dans la ville où réside cette famille, on a effectué pendant onze années un relevé des précipitations. Ces relevés sont donnés dans le tableau suivant.

Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Précipitations en litres par mètre carré (ℓ/m^2)	1087	990	868	850	690	616	512	873	810	841	867

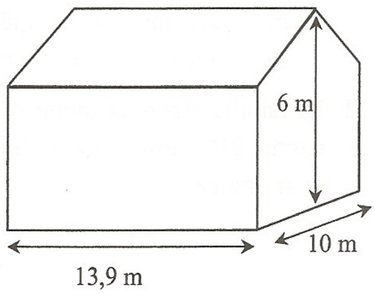
a) En quelle année y a-t-il eu le plus de précipitations ? *Aucune justification n'est demandée.*

b) En 2009, combien de litres d'eau sont tombés sur une surface de 5 m^2 ?

2. Sur ces 11 ans la moyenne des précipitation est (1087 + … + 867) ÷ 11 = 9004 ÷ 11 = 819 L/m².

2. Sur les onze années présentées dans le tableau, quelle est la quantité moyenne d'eau tombée en une année ?

3. Calculer la surface au sol d'une maison ayant la forme d'un pavé droit (surmonté d'un toit) de 13,9 m de long, 10 m de large et 6 m de haut.



4. Une partie de l'eau de pluie tombée sur le toit ne peut pas être récupérée. La famille utilise une formule pour calculer le volume d'eau qu'elle peut récupérer :

$$V = P \times S \times 0{,}9$$

V : volume d'eau captée en litre,

P : précipitations en litre par mètre carré,

S : surface au sol en mètre carré.

Calculer ce volume en litres pour l'année 2009.
Montrer que 108 m^3 en est une valeur approchée à 1 m^3 près.

3. La surface au sol d'une maison de 10 m de long sur 13,9 m de large est 139 m² (10×13,9=139).

4. En 2009 il est tombé 867 L/m², il est donc tombé sur la maison 139×867 = 120 513 L. Avec la formule utilisée, le volume d'eau récupéré est 0,9 × 120 513 = 108 461 L, soit, environ 108 m³.

Partie II

Partie II - Les besoins en eau

La famille est composée de quatre personnes.
La consommation moyenne d'eau par personne et par jour est estimée à 115 litres.

1. Chaque jour, l'eau utilisée pour les WC est en moyenne de 41 litres par personne. Calculer le pourcentage que cela représente par rapport à la consommation moyenne en eau par jour d'une personne.

2. On estime que 60% de l'eau consommée peut être remplacée par de l'eau de pluie. Montrer que les besoins en eau de pluie de toute la famille pour une année de 365 jours sont d'environ 100 m^3.

3. L'eau de pluie récupérée en 2009 aurait-elle pu suffire aux besoins en eau de pluie de la famille ?

1. L'eau utilisée pour les WC, 41 L sur 115 L, représente 41÷115×100 = 35,65% de la consommation moyenne d'eau par jour d'une personne.

2. La famille (4 personnes) consomme 4×115 = 460 L par jour, dont 60% peut être de la pluie récupérée, donc elle consomme 60÷100×460 = 279 L par jour d'eau de pluie ; en un an, cela représente 365×279 = 101 835 L d'eau de pluie.

3. En 2009, le volume d'eau récupéré était d'environ 108 m^3, cela suffisait pour couvrir les besoins en eau de pluie de la famille.

1. a) Par lecture graphique, on trouve que 100 m^3 d'eau coûte 250 €.

b) En notant x le nombre de m^3 consommé, le prix de l'eau est p(x) = $a \times x$ car la situation est une situation de proportionnalité, sa représentation étant une droite passant par l'origine. Le coefficient a est déterminé par l'équation p(100) = a × 100 = 250. On en déduit que a = 250÷100 = 2,5, d'où p(x) = 2,5x.

c) Avec l'abonnement de 50 €, le prix de l'eau est représenté par une droite parallèle à la première mais passant par le point de coordonnées (0 ; 50). Cette droite est tracée en bleu sur le graphique.

2. En économisant 250 €. par an, il faudra 4 ans pour compenser l'achat de la citerne,

car 4×250 = 1000 > 910 alors que 3×250 = 750 < 910.